

乱流モデルを用いた鉛直サーマルの数値解析

水工学研究室 八木 健太郎

指導教官 福嶋 祐介

水の中に濃度の異なる流体が投入される現象は、主として海洋汚染防止や廃水処理の関連で関心が持たれている。この現象は、海洋土木工事、海洋資源開発、ならびに上下水処理などの事項と関連が深い。数値解析して実験の結果と比較することで、現象の本質を明らかにし、環境汚染の予測や防止に役立てる。

1. はじめに

鉛直重力密度流のフロント部の流動は、後続する流れの有無によって、鉛直ブルームと鉛直サーマルに分類される。いま、密度が一定の淡水中に塩分を含んだ水塊がノズルから下方に流下する場合を考える。ブルームフロントは、ノズルから流出した塩水が先端部を形成し、後続部では鉛直噴流として流動する。ブルームの先端部は楕円形状に膨らんだ特徴のある形をつくる。(図 1) このような流れで後続からの塩分の供給がない場合の流動を鉛直サーマルと呼ぶ。

これまでサーマルの流動はサーマル理論により解析されていた。福嶋・田中は、サーマルモデルという次元の積分モデルを用いて、鉛直ブルームフロントと鉛直サーマルの流動特性の特徴を再現した。サーマルモデルそのものは、モデルの構成が簡単であるから計算時間が極めて少ないという長所がある。その反面、モデル自身に空気の連行係数やサーマルフロントに働く抗力係数を含むことになる。モデル自身の普遍性の点でも、シミュレーションモデルの適用性の観点からもこれらのパラメータの値をどのように決めるかが問題となる。

本研究では、積分型のモデルを用いなくて、微分型の基礎方程式に基づいた解析をする。これにより、連行係数などのパラメータがモデル中に含まれることを避けることができる。この解析で鉛直サーマルを実験の結果と比較し、どの程度再現できるかを検証する。

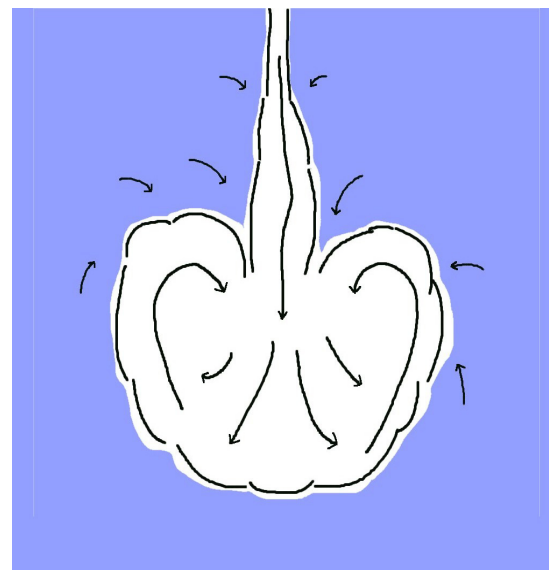


図 1 鉛直サーマル模式図

2. 解析方法

鉛直サーマルの流動を解析するため、図 2 に示すような計算断面を用いた。

密度流を解析するためには乱流構造を考慮する必要がある。そのために乱流モデルとして、 k -モデルを用いる。これは渦動粘性係数の概念に基づき、乱流運動エネルギー k と分子粘性逸散率を未知数として、乱流場を再現するモデルである。また、それぞれの輸送方程式の離散化手法としては S.V.Patankar による、SIMPLE (Semi - Implicit Method for Pressure-Linked Equation) 法を採用した。これは移流拡散流速に対する独自の離散化手法、

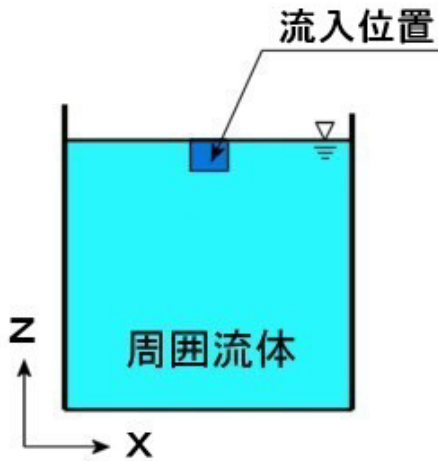


図 - 2 計算断面

圧力補正式の導入により，基礎変数を扱っているにも関わらず，その取り扱いが容易であり実用的な手法である．

3．基礎方程式

u, w を x, y 方向それぞれの平均流速成分， p を平均圧力，重力加速度を g で表す．

連続式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

x 方向の運動量方程式

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(2\rho \nu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \rho \nu_t \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

z 方向の運動量方程式

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(2\rho \nu_t \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right\} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

拡散方程式

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + w \frac{\partial c}{\partial z} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad (4)$$

乱流運動エネルギー k の方程式

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + w \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + Rg \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial z} - \varepsilon \quad (5)$$

分子粘性逸散率 ε の方程式

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + w \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \left\{ \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + (1 - c_{3\varepsilon}) Rg \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial z} \right\} - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad \dots (6)$$

ここで， μ は水の粘性係数， D は塩分の分子拡散係数である． ν_t は渦動粘性係数であり，次の式で表される．

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (7)$$

4．福嶋・田中の鉛直重力流の室内実験概要

プログラムの検証をするために福嶋・田中が行った実験と比較した．その実験の概要を以下に記述する．

実験は図 3 に示す装置で行われた．高さ 1500 mm，幅 1000mm，奥行き 150mm の主水槽に淡水（水道水）を貯め，水槽の上部中央に取り付けたノズルから，フルオレッセインナトリウム（ウラン色素）で着色した塩水を流入させる．ノズルは図 4 に示すように，外形 6mm のビニール管を 24 本均等に配置し束ねたものである．このようにすることで，各ビニール細管の流量をほぼ等しくなるように保って，奥行き方向に均一な割合で流れを制御できる．

鉛直サーマル実験では 165cm³/s の流量で塩水を 2.2s 流した後，注水を停止する．

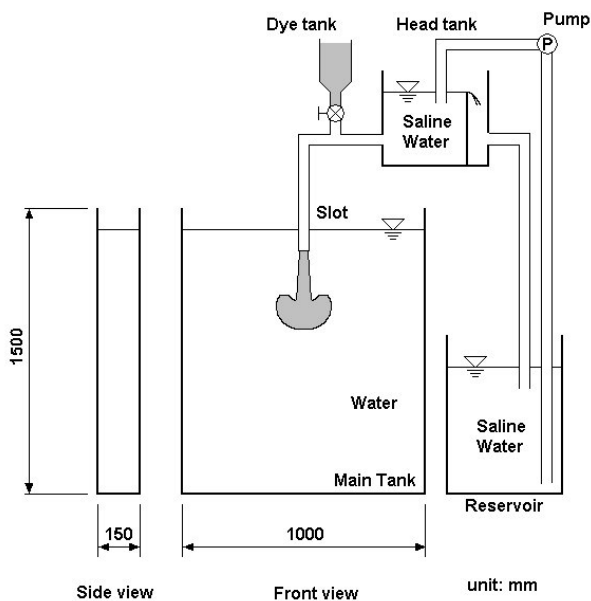


図 - 3 実験断面

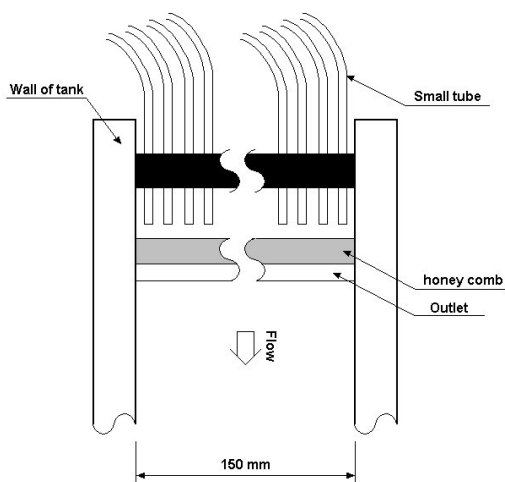


図 4 流入口の拡大図

重力密度流フロント部の流れではフロントが流下する際、大きな渦運動を伴い、流動幅や流下速度が大きく変動する。このような渦運動の影響を低減するため、各実験条件に対し3回以上の実験を行い、その平均値をもって実験値とする。

5. 計算条件

計算領域は、 x 軸方向 100.2cm、 z 軸方向 150.0cm とした。格子間隔は x 軸方向に 0.6cm、 z 軸方向に 1cm とした。食塩水は領域上部の中央

から流入させる。 x 方向1格子(0.6cm)を流入境界とする。境界には計算開始から 2.2 秒の間 18.333cm/s の流速を与えた。食塩水の濃度は、1%、3%、5%の3ケースの計算をした。水および食塩水の温度は 14 とし、そのときの相対密度差は表 - 1 のとおりである。

表 - 1

Case No.	食塩水濃度	初期相対密度差
	(%)	R
1	1	0.00711
2	3	0.02168
3	5	0.03635

6. 計算結果

サーマルの流下速度 U_f の流下距離 z による変化を図 - 5 で示す。初期塩分濃度が多いほど流下速度が大きくなっている。また、計算値では流入直後に速度が急激に減少しているのがわかる。この違いは、実験と計算では流入方法が異なることと、流下速度算定方法によるものだと考えられる。低減部では、3%、5%の実験値と計算値はほぼ一致している。1%のときは実験値と比べ計算値が小さな値となっている。

流動幅 W と流下距離の関係を図 - 6 に示す。食塩水濃度が 3% と 5% の場合は、実験値とほぼ一致しているところがある。1% の場合、流下距離が

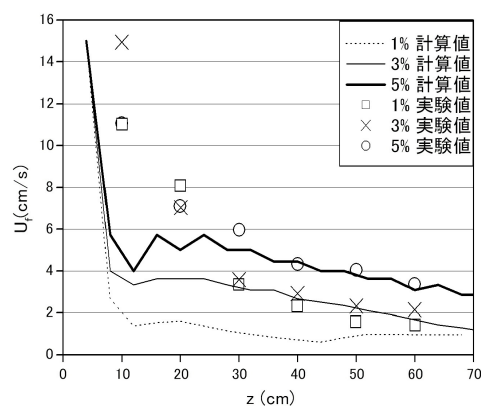


図 - 5 流下速度の流下方向変化

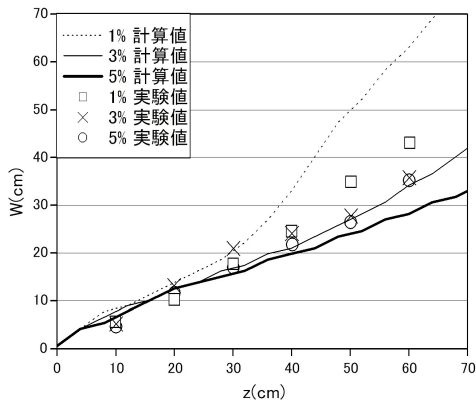


図 - 6 流下幅の流下方向変化

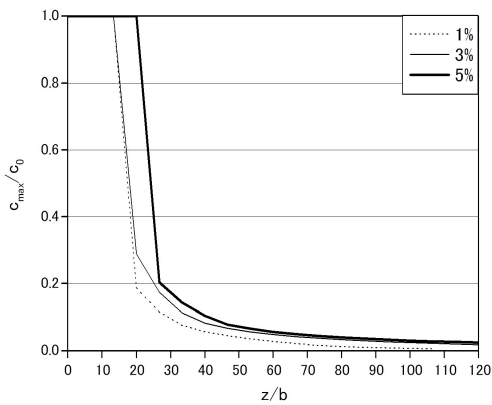


図 - 7 最大塩分濃度の流下方向変化

30cm 位までは、実験値とほぼ同じ値になっているが、それ以降の流動幅は比較的大きな値となっている。実験値の場合も 1%の流動幅が 3%、5%と比べ大きくなる傾向はあるが、計算値はそれが顕著に表れている。

図 - 7 はサーマルの最大塩水濃度 c_{max} を初期塩水濃度 c_0 で無次元化した値を、流下距離 z を流入位置の長さ b で無次元化した距離に対して示したものである。初め 5%が大きくなっているように見えるが、これは 5%の流下速度が速いため、塩水を流入中に流下距離が大きくなり、最大濃度に流入流体の濃度が出てしまったのである。低減部では 1%が少し小さな値となっている。

図 - 8 は塩分濃度が 3%で、計算開始から 10 秒後の流速と濃度を表したものである。流速はベクトルで表し、濃度は初期濃度で除したものを

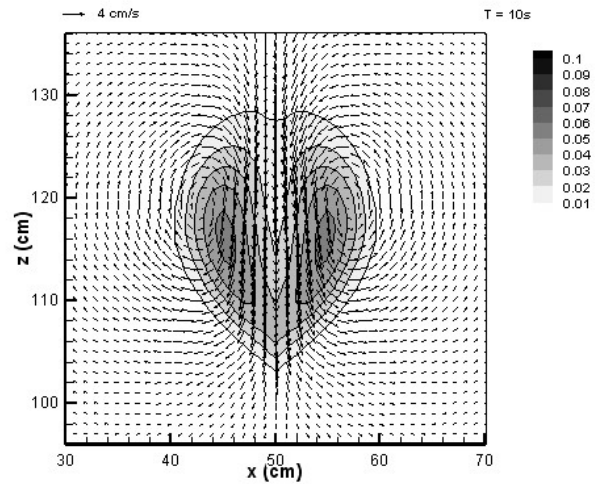


図 - 8 濃度コンターと流速ベクトル図
いて等濃度線を描きサーマル形状を表した。

7. 結論

これらの結果より塩分濃度が 3%、5%の場合は、サーマルを再現することができたが、1%の場合は、鉛直サーマルの再現性が乏しいことがわかった。これは相対密度差が小さいために流下速度も遅くなり、その結果サーマルが水平方向に広がって、その形状を維持出来なくなったためである。

また、濃度コンターと流速ベクトルを同時に描くことにより、鉛直サーマルの内部の流速と濃度の関係を表すことができた。

9. 参考文献

- 1) 福嶋祐介・田中日出紀(2001), 鉛直ブルームフロントと鉛直サーマルの流動モデルの提案, ながれ 20, pp. 45-58.
- 2) 衛藤俊彦 (2001), $k-\epsilon$ モデルによる泥水流の解析, 長岡技術科学大学修士論文.
- 3) 玉井信行, 新体系土木工学 22 密度流の水理, 技報堂出版, 1980.
- 4) S.V.Patankar 著, 水谷幸夫・香月正司 共訳, コンピュータによる熱運動と流れの数値解析, 森北出版, 1985.